

Este cuadernillo de ejercicios tiene por objeto orientar el trabajo de verano necesario para el repaso de la asignatura.

Se recomienda realizarlo a todos aquellos alumnos que hayan aprobado el curso de forma ajustada, y que tienen en el boletín de notas una observación al respecto.

Es esencial que lo completen aquellos alumnos que, habiendo promocionado a 4ºESO, lo hacen con la asignatura suspensa. Os recordamos que durante el mes de octubre 2018, al comienzo del próximo curso escolar, tendrá lugar una convocatoria de exámenes para superar precisamente las materias pendientes de cursos anteriores. Los alumnos que la aprovechen afrontarán el nuevo curso descargados de lastres, y mejor preparados para superar la materia de Matemáticas de 4º ESO.

El cuadernillo no reemplaza al libro de texto, que contiene los contenidos teóricos necesarios, numerosos ejercicios modelo resueltos paso a paso, y recursos digitales.

Además, el tema de **estadística y el epígrafe de intervalos en la recta real no vienen en el cuadernillo** porque su estudio se realizará exclusivamente a través del libro de texto.

En la [página web de la asignatura](#) podéis encontrar todavía otros recursos, y los solucionarios de los ejercicios del libro.

<https://sites.google.com/site/escolapiascarabanchelmates3eso/>

Deseamos que podáis compatibilizar el descanso y disfrute del verano con el estudio necesario.

1 de julio de 2018
Departamento de Matemáticas

Cuaderno de matemáticas de verano

3ºESO



OPERACIONES CON NÚMEROS FRACCIONARIOS

Equivalencia de fracciones

1. Calcula el valor de las siguientes expresiones numéricas, prestando atención a la prioridad de operaciones.

$1) \frac{1 - \frac{1}{3} - 3 + \frac{1}{6}}{1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} - 2} =$	$2) \left(\frac{76}{21} - 3 \right) : \frac{13}{14} - \frac{5}{7}$	$3) \frac{5}{3} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6} \right)$
$\frac{73}{21}$	$\frac{-1}{21}$	$\frac{17}{12}$
$4) \frac{5}{9} - \left(\frac{2}{27} - 1 \right) : \frac{7}{3}$	$5) \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{24}} =$	$6) \frac{4}{5} - \frac{1}{5} \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{2} \right)$
$\frac{20}{21}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{3}{4}$
$7) \frac{7 - \frac{4}{3} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right)}{3 + \frac{5}{2} \left(1 - \frac{2}{3} \right)}$	$8) 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right) - 4 \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \right) + 2 \cdot \frac{1}{5} =$	$9) \frac{1 + \frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{5}} : \frac{1 \cdot \frac{2}{5}}{1 : \frac{2}{5}} =$
$\frac{26}{23}$	$\frac{143}{30}$	$\frac{175}{12}$

Potencias

2. Opera las potencias haciendo uso del exponente negativo. Da dos resultados: a) sin exponentes negativos. b) Sin denominadores.

$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-8} : \left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{10}}$	$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^4 : \left(-\frac{1}{2}\right)^3$	$\left(\frac{3}{4} : \frac{5}{6}\right)^{-3} \left[\frac{3^2 \cdot (-2)}{6}\right]^2$
$\left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6} = 2^6 \cdot 3^{-6}$	$\frac{1}{2^5} = 2^{-5}$	$2^3 \cdot 5^3 \cdot 3^{-4} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{3^4}$
$\frac{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \frac{2}{3}\right] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}$	$\frac{(-x^{-4}(-y)^3)^{-2}}{\left(\left(\frac{-1}{y}\right)^{-2} x^{-3}\right)^{-1}}$	$\frac{\left(\frac{2}{5} \frac{21}{4} \frac{5}{7}\right)^{-2} : \left(\frac{4}{12}\right)^2}{\left(\frac{3}{2} : \frac{9}{5}\right)^{-2}}$
$\frac{2}{3} = 2 \cdot 3^{-1}$	$x^5 y^{-4} = \frac{x^5}{y^4}$	$\frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9} = 5^2 \cdot 3^{-2}$
$\left[\frac{(h^{-2} g^{-3} k^5)^{-1}}{(k^{-2} (-g^5) h^{-7})^{-4}}\right]^{-3}$	$\frac{\left(-u^{-2} \frac{1}{v^{-2}}\right)^{-3}}{\left(\left(\frac{1}{v}\right)^{-5} (-v)^4\right)^4}$	$\frac{(27x^2(-y^{-4}))^{-2}}{(12x^{-4}y^{-3})^{-5}}$
$\frac{h^{78} k^{39}}{g^{68}}$	$-\frac{u^6}{v^{42}} = -u^6 \cdot v^{-42}$	$\frac{2^{10}}{3x^{24}y^7} = 2^{10} 3^{-1} x^{-24} y^{-7}$
$\frac{2^{-5} \cdot 8 \cdot (-9) \cdot 3^{-2}}{2^{-4} \cdot (-4)^2 \cdot 6^{-1}}$	$\left[\frac{(A^{-9}B^2)^2}{\left(-\frac{A^{-1}}{B^5}\right)^{-2}}\right]^{-3}$	$\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{5}\right) \cdot (-5)\right]^4$
$-\frac{3}{2} = -3 \cdot 2^{-1}$	$A^{60} B^{18}$	$\frac{2^4}{3^8} = 2^4 \cdot 3^{-8}$

Potencias combinadas con sumas y restas

Prioridad de operaciones:

1. Corchetes y paréntesis
2. Potencias y raíces
3. Multiplicaciones y divisiones
4. Sumas y restas

¡Ojo! No opero ninguna potencia hasta haber resuelto el paréntesis al que afecta.

3. Opera las expresiones numéricas siguientes prestando mucha atención a la prioridad de operaciones.

$3\left(1+\frac{1}{2}\right)^3$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(1-\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{9}\right)^{-2} : \left(1-\frac{1}{4}\right)^3$
$\frac{3^4}{2^3}$	$2^2 \cdot 3 = 12$	$\frac{16}{3}$
$\left(2-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-2}$	$(2^{-1} - 4^{-1})^{-2}$	$\left(7-\frac{4}{7}\right)^0$
$\frac{1}{5^2}$	16	1
$\left(\frac{16}{5} - \frac{12}{10}\right)^{-3}$	$\frac{(2^{-1} + 3^{-1})^{-2}}{5^2 - 4^2}$	$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{17}{2^2}$
$2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4}$	$3^{-2} + 3^2$	$\frac{1}{5^{-1}} + \frac{1}{5^{-2}}$
$\frac{7}{16}$	$\frac{82}{9}$	30

EJERCICIOS Y PROBLEMAS CON FRACCIONES Y PORCENTAJES

Nota: el nivel exigible en 3ºESO es el nivel III. Los problemas anteriores debes trabajarlos para poder alcanzarlo.

Nivel I: Del todo a la parte. Un solo denominador.

1. Un depósito de gasolina puede almacenar 50 litros. Si está lleno a los $\frac{3}{8}$ del total, ¿Cuántos litros lleva?
2. Carmen celebra su cumpleaños. De los 50 euros que costó, sus padres pusieron $\frac{2}{5}$ del total. ¿Cuánto dinero pusieron sus padres? (Sol. = 20)

Nivel II: Varios denominadores.

3. De los animales del zoo, $\frac{2}{3}$ son mamíferos y $\frac{1}{5}$ aves. ¿Qué fracción de los animales del zoo representan conjuntamente los mamíferos y las aves? ¿Y qué fracción los animales que no son ni aves ni mamíferos? Expresa cada fracción en forma de porcentaje. (Sol = $\frac{13}{15}$, $\frac{2}{15}$, es decir 86,6% y 13,3%)
4. En un campamento, $\frac{3}{8}$ de los jóvenes son europeos, $\frac{1}{5}$ asiáticos y el resto africanos. Si hay en total 800 jóvenes:
 - a) ¿Qué fracción del total son africanos?
 - b) ¿Cuántos jóvenes europeos hay?
 - c) Si la mitad de los asiáticos son chicas, ¿cuántas chicas asiáticas hay?

Nivel III: De la parte al todo.

5. En una carrera de caballos se han recorrido los $\frac{3}{8}$ de la prueba. Si todavía faltan 1600 m, ¿cuál era la distancia total que había que recorrer?
6. Los embalses que abastecen Madrid se encuentran al 22% de su capacidad, lo que representa 170,67 hectómetros cúbicos. ¿Cuál es la capacidad total?
7. De una vasija se han sacado los $\frac{5}{7}$ de su contenido. Si quedan 34 litros, ¿cuál es su capacidad?
(sol = 119 l)
8. La aceituna produce los $\frac{2}{9}$ de su peso en aceite. ¿Cuántos kg. de aceite se obtienen con 324.000 kg de aceitunas?. ¿Cuántos kg de aceitunas serán necesarios para obtener 10.000 kg de aceite?
9. En una carrera llegaron fuera de control los $\frac{2}{7}$ de los corredores, es decir, 12. ¿Cuántos corredores comenzaron la carrera?
10. Para ir de mi casa a la facultad de Filosofía y Letras he de coger dos autobuses. El número 7 me lleva $\frac{5}{7}$ del trayecto. Luego cojo el autobús C que me transporta $\frac{4}{5}$ de lo que me queda de camino. Si al final tengo que andar 200 metros para llegar a la facultad. ¿Qué distancia me separa de ella desde mi casa? (Sol. = 3500 metros)
11. Si una multa de tráfico se paga en el momento de ser impuesta se hace un descuento del 10%. Si se paga con retraso, se añade un recargo del 20%. Temístocles ha calculado que ha pagado 12 euros más que se hubiera pagado de inmediato, por haberse, además, retrasado. ¿Cuánto era la cuantía de la multa? (sol = 40 euros)
12. Un comerciante pierde los $\frac{3}{5}$ de su capital en una mala operación. Luego recupera los $\frac{4}{7}$ de lo que había perdido. Al final de estas operaciones le quedan 22568 euros. ¿Cuánto dinero tenía al principio?
13. Una comunidad de vecinos obtiene $\frac{2}{7}$ de su consumo energético de placas solares. La parte restante la pagan entre todos a partes iguales. Si son 20 vecinos y cada uno paga al mes 20.5 euros:
 - a) Halla el valor en euros del consumo energético total de la comunidad.
 - b) Halla en euros el ahorro que tiene la comunidad por las placas cada mes.
 - c) ¿Qué fracción del ahorro le corresponde a cada vecino?
 - d) ¿Cuántos euros se ahorra cada vecino al mes?

Nivel IV: Fracción de fracción

14. Dado un cordel, Juan coge la mitad. De lo que queda, Pedro coge la mitad. De lo que queda, María coge la mitad; de lo que queda, Carmen coge $\frac{2}{5}$. Al final quedan 30 cm. ¿Cuál era la longitud del cordel? (sol = 400 cm, o sea 4 metros)
15. Dos amigas van a comerse una pizza cuando una de ellas dice: "tomaré la mitad de la cuarta parte de lo que quede después de que tú hayas cogido las 3 cuartas partes de la mitad". Determina las fracciones de pizza que coge cada amiga y la fracción de pizza restante.(sol = $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{64}$ y $\frac{35}{64}$)
16. En una ciudad e 240.000 habitantes, el 40% son hombres. Un 25% de ellos no están casados. La tercera parte de los casados no juegan al fútbol. ¿Cuántos casados juegan al fútbol? (sol = 48000)
17. En una finca hay 1800 árboles de los cuales $\frac{1}{3}$ son robles y un $\frac{1}{6}$ de los restantes son encinas. Si el resto de árboles son alcornoques, ¿cuántos alcornoques hay? (Sol =1000 alcornoques)

Radicales

1. Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales.

$$a) \sqrt[4]{\frac{32}{81}} \quad b) \sqrt[3]{\frac{-a^7 \cdot b \cdot c^4}{d^5}} \quad c) \sqrt[4]{\frac{81a^4 b^8 c^{12}}{16d^8 e^4}} \quad d) \sqrt[3]{24a^3 b^6 c^5 d} \quad e) \sqrt{729a^7}$$

2. Racionaliza las siguientes expresiones

a) $\frac{2\sqrt{12}}{5\sqrt{3}}$	b) $\sqrt{\frac{1}{3}}$	c) $\sqrt{\frac{2}{5}}$	d) $\frac{5}{\sqrt[5]{5^3}}$	e) $\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}$
f) $\sqrt[5]{\frac{a^2}{b^3}}$	g) $\frac{1}{\sqrt[3]{54}}$	h) $\frac{4}{\sqrt[4]{8}}$	i) $\frac{3\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$	j) $\frac{1}{\sqrt[12]{f^5}}$

3. Efectúa las siguientes operaciones con potencias y raíces

a) $(\sqrt{2})^3$	b) $(4\sqrt[3]{2})^2$	c) $(\sqrt{5})^6$	d) $(x\sqrt[3]{3x^2})^2$	e) $(2\sqrt{2})^3$
f) $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2})^2$	g) $\left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right)^4$	h) $\left(\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{15}}\right)^2$	i) $\sqrt[6]{\frac{5}{7}} \sqrt[4]{\frac{7}{5}}$	j) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{2}{5}}$
k) $\sqrt[3]{27^5}$	l) $\sqrt[3]{\sqrt{x^{13}}}$	m) $\sqrt[4]{\frac{A}{B}} \sqrt[6]{\frac{B}{A}}$	n) $\sqrt[4]{\left(\frac{16}{81}\right)^7}$	o) $\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{\frac{1}{25}}$

4. Realiza los siguientes productos y cocientes de radicales

a) $\sqrt[6]{A^5} \cdot \sqrt[8]{A^7}$	b) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$	c) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}}$	d) $\frac{3\sqrt{60}}{2\sqrt{3}}$	e) $3\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}$
f) $\frac{5\sqrt{18}}{\sqrt{50}}$	g) $\frac{4\sqrt{72}}{\sqrt{8}}$	h) $\frac{\sqrt[2]{A}}{\sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[4]{A}}$	i) $\frac{\sqrt[4]{A^3} \cdot \sqrt[6]{A^5}}{\sqrt[8]{A^7}}$	j) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[6]{6}$

5. Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45}$	b) $4\sqrt{\frac{2}{25}} + 6\sqrt{\frac{2}{9}} - \left(\frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{9}{8}}$	c) $6\sqrt[3]{x^7} + x^2\sqrt{x} - 3x^2\sqrt[3]{27x}$
d) $4\sqrt{18} + 2\sqrt{72}$	e) $7\sqrt{10x} - 5\sqrt{90x} + 3\sqrt{40x}$	f) $\sqrt{98} + \sqrt{50}$

6. Efectúa las potencias cuadradas

a) $(1 + \sqrt{2})^2$	b) $(3 - 4\sqrt{2})^2$	c) $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$	d) $(\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2$
e) $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{4}}{2}\right)^2$	f) $(-2 - \sqrt{3})^2$	g) $\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2$	h) $(\sqrt{12} + \sqrt{18})^2$

7. Efectúa los productos y reduce a la expresión más simple posible

a) $(1 + \sqrt{3})(4 + \sqrt{5})$	b) $(-5 - \sqrt{11})(2 + 3\sqrt{11})$	c) $(2\sqrt{6} + \sqrt{3})(1 - 3\sqrt{2})$
d) $(2 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$	e) $\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sqrt{3}$	f) $(\sqrt{72} - \sqrt{20} - \sqrt{2})(\sqrt{2} - 2\sqrt{8} - 7\sqrt{2})$

8. Racionaliza las expresiones siguientes

a) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$	b) $\frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{7} - 1}$	c) $\frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$	d) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$
e) $\frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$	f) $\frac{\sqrt{3}}{3 - 2\sqrt{3}}$	g) $\frac{11}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$	h) $\frac{3\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$

Fraciones generatrices.

1. Escribe las siguientes fracciones en forma decimal (puedes usar la calculadora para hacer las divisiones) Clasifica cada número como entero, decimal exacto, decimal periódico puro y decimal periódico mixto. Indica si es el caso la longitud del periodo y del anteperiodo.

$\frac{1}{7}$	$\frac{173}{330}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{23}{44}$	$\frac{22}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{19}{300}$
---------------	-------------------	---------------	-----------------	----------------	---------------	----------------	------------------

2. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales exactos.

0,75	1,2	0,16	0,55	4,6	8,4	6,125	19,82
------	-----	------	------	-----	-----	-------	-------

3. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales periódicos puros.

$0,\overline{1}$	$0,\overline{36}$	$0,\overline{42}$	$0,\overline{36}$	$5,\overline{15}$	$0,\overline{148}$	$7,\overline{81}$	$11,\overline{72}$
------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	-------------------	--------------------

4. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales periódicos mixtos. Separa antes la parte entera, la parte decimal exacta (anteperiodo) y el periodo, para simplificar más fácilmente.

$2,4\overline{6}$	$1,0\overline{3}$	$2,00\overline{65}$	$6,4\overline{7}$	$1,46\overline{9}$	$3,25\overline{6}$	$0,932\overline{7}$	$4,1\overline{54}$
-------------------	-------------------	---------------------	-------------------	--------------------	--------------------	---------------------	--------------------

Notación científica y orden de magnitud. Operaciones con números en notación científica

5. Escribe los siguientes números en notación científica, y ordénalos de mayor a menor

1200	0,0037	$98 \cdot 10^4$	$0,0005 \cdot 10^{-4}$
$238 \cdot 10^{-2}$	$90000 \cdot 10^{-5}$	$0,083 \cdot 10^{20}$	$480 \cdot 10^{-6}$

6. Efectúa los productos y cocientes siguientes. Da el resultado en notación científica.

Ejemplo:
$$\frac{(9 \cdot 10^{-3})(5 \cdot 10^{-4})}{(15 \cdot 10^8)} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}}{15 \cdot 10^8} = \frac{9 \cdot 5}{15} \cdot 10^{-15} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 2}{3} \cdot 10^{-15} = 30 \cdot 10^{-15} = 3 \cdot 10^{-14}$$

$(3 \cdot 10^5)(8 \cdot 10^{-4})$	$\frac{(7,2 \cdot 10^6)}{(1,2 \cdot 10^6)(3 \cdot 10^{-1})}$	$\frac{(1,6 \cdot 10^2)(5 \cdot 10^5)}{(4 \cdot 10^6)}$	$\frac{3,2 \cdot 10^7 \cdot 0,7}{(2 \cdot 10^{14})(6 \cdot 10^{-5})}$
$3'4 \cdot 10^{-10} \cdot 1'8 \cdot 10^{18}$	$5'4 \cdot 10^8 \cdot 6'8 \cdot 10^{12}$		

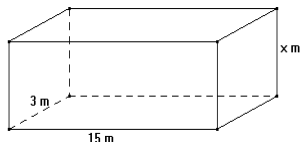
7. Realiza las siguientes sumas de restas de números dados en notación científica, dando el resultado en notación científica.

$1,2 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10^3$	$9,8 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^2$	$2,5 \cdot 10^{-3} - 7,3 \cdot 10^{-5}$
-----------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------------------

GEOMETRÍA ESPACIAL

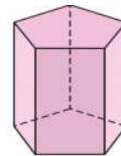
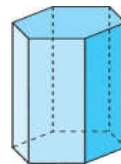
CUBOS Y ORTOEDROS

1. Se quiere extender una capa de grava de 15cm de espesor sobre el patio de un colegio, que tiene forma rectangular y dimensiones 40m por 60m. Calcula el coste de la grava necesaria si el precio es de 20 euros por m^3
2. Calcula el lado que falta en el ortoedro de la figura sabiendo que su volumen es de 600 metros cúbicos. Halla así mismo el área lateral de la figura.



PRISMAS

3. Un prisma triangular de 12 cm de altura ocupa un espacio de 96 cm^3 . Si sus bases son triángulos rectángulos isósceles, ¿cuál es la medida de las aristas de la base?
4. El volumen de un prisma hexagonal regular es de 60 m^3 . Si su altura es de 10 m, calcula la apotema de la base.
5. El área total de un prisma pentagonal regular es de 7920 cm^2 . La base tiene como radio 20cm y como lado 24cm. Halla la altura del prisma.



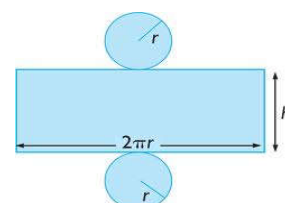
PIRÁMIDES

6. ¿Qué altura tiene que tener una pirámide recta de base cuadrada para que el lado de la base mida 90 cm, y la apotema de la pirámide, 53 cm
7. ¿Cuánto mide la arista lateral de una pirámide pentagonal regular de 28 cm de altura, cuya base está inscrita en una circunferencia de 21 cm de radio?
8. Averigua el área total de una pirámide regular cuadrangular de 8 cm de arista básica y 1,4 dm de apotema



CILINDROS

9. Una apisonadora tiene un rodillo de 1,20 metros de diámetro y 2,30 metros de largo. ¿Qué superficie de tierra apisona en cada vuelta de rodillo?
10. El área lateral de un cilindro de revolución es 364 m^2 . Sabiendo que su altura mide 18 m., halla el radio de la base.



11. Un depósito con forma de cilindro recto tiene 2 m^3 de capacidad y $4\pi \text{ m}^2$ de superficie lateral. Determina el radio de la base, y su altura, en función de π

CONOS

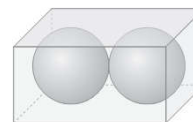
12. ¿Cuánto mide el radio de la base de un cono recto de $376,8 \text{ cm}^3$ de volumen y 100 mm de altura?
13. Calcula el área total y la altura de un cono recto si su área lateral es de 157 cm^2 y su generatriz mide 10 cm
14. Un cono de radio 3 m y generatriz 5 m , ¿qué altura tiene? ¿qué área lateral y qué volumen?

ESFERA

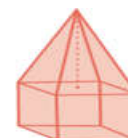
15. Una naranja de 5 cm de radio consta de 20 gajos. ¿cuál es el volumen de cada gajo?
16. La superficie de una esfera es de $452,16 \text{ m}^2$. Halla su volumen.
17. Fundo dos esferas de metal, de radios 2 cm y 3 cm . Con el metal obtenido hago otra esfera. ¿Qué radio tiene esta esfera?

VARIOS

18. En la caja de la figura se quieren guardar dos esferas macizas de 10 cm de radio. ¿Qué volumen ocupa el aire que queda en la caja?



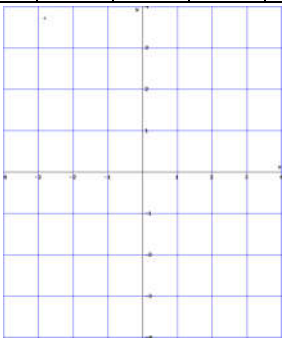
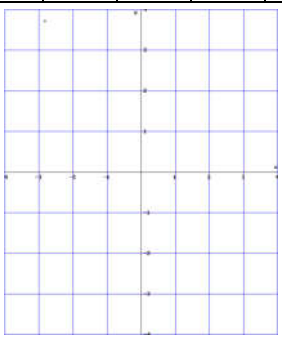
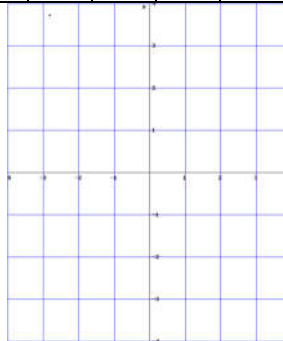
19. Calcula la medida de la arista de un cubo cuyo volumen es el mismo que el de un ortoedro cuyas dimensiones son 16 cm , 12 cm , 9 cm , respectivamente
20. Se llena de arena un cono recto de 5 cm de altura y cuya base tiene 3 cm de radio, luego se vacía su contenido sobre un cilindro recto con una base de 5 cm de radio ¿Qué altura alcanzará la arena en el cilindro?
21. Se funde un cilindro macizo de metal y con el metal obtenido se fabrican conos cuyo radio es la mitad del radio del cilindro original, pero que tienen el doble de altura. ¿Cuántos conos se obtienen?
22. Se quiere pintar este obelisco. La parte inferior tiene forma cúbica de arista 3 m y la altura total del obelisco es 7 m . Los pintores cobran a 10 € el m^2 . Calcula lo que hay que pagar por el trabajo.



23. Disponemos de un cubo y de una esfera que tienen el mismo volumen, 125 centímetros cúbicos. ¿Cuál de ellos tiene mayor superficie?

POLINOMIOS: OPERACIONES ELEMENTALES

1. Completa las tablas con los valores numéricos correspondientes y esboza las gráficas de los polinomios

P(x) = 2x+1					Q(x) = x ² - 5x + 6					T(x) = x ³ - x					
x	0	1	-1	2	x	0	2	3	-1	x	0	1	-1	2	-2
P(x)					Q(x)					T(x)					
															

2. Sean $A(x) = 5x^4 - 3x^3 + x^2 - 10$, $B(x) = -5x^4 + x^3 - 6x + 7$ y $C(x) = 2x^5 - x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x$. Calcula convirtiendo las restas en sumas de polinomios opuestos:

$$A(x) + B(x) \qquad A(x) - B(x) \qquad A(x) - B(x) - C(x) \qquad B(x) - [A(x) + C(x)]$$

$$2C(x) - 3B(x) \qquad A(x) - [B(x) - A(x)]$$

3. Multiplica los siguientes polinomios. Colócalos adecuadamente cuando sea necesario. Da el resultado en forma ordenada y reducida.

$(3x^2 - 2x + 5)2x$	$(3x^3 - 2x^2 + 7x - 6)(x - 2)$	$(x^5 - x^4 + x^3 + 2x + 1)(x^3 + 2x)$
$(x + 2)(x + 3)(x + 4)$	$(2 - x)(x + 2)(x^2 + 3)$	$3x(x + 1)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

4. Desarrolla las siguientes potencias de binomios utilizando las expresiones notables

$(x + 5)^2$	$(2x - 3)^2$	$(1 - 4x)^2$	$(4x - 1)^2$
$(3x^3 - a^2)^2$	$(x^3y^2 + x^2y^3)^2$	$(-x - 1)^2$	$(-6x + 2y)^2$

5. Desarrolla las siguientes potencias e indica cuales son iguales entre sí

$(x + 1)^2$	$(x - 1)^2$	$(-x - 1)^2$	$(-x + 1)^2$
$(1 + x)^2$	$(1 - x)^2$	$(-1 - x)^2$	$(-1 + x)^2$

6. Desarrolla los siguientes productos de binomios conjugados ("suma por diferencia") utilizando la expresión notable.

$(x + 4)(x - 4)$	$(z - 3)(z + 3)$	$(x^2 - 5)(x^2 + 5)$	$(a + b^2)(a - b^2)$
$(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$	$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$	$(-3a^2 + b)(3a^2 + b)$	$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

7. Realiza las siguientes operaciones combinadas con polinomios, utilizando expresiones notables siempre que puedas:

$(x^5 + x^3 - 8x)(x - 4) + (3x + 3)(3x - 3)$	$(x^4 - 2)(1 - x) - (x + 3)^2$
$(1 + x)(1 - x) + (1 + x)^2 - (1 - x)^2$	$(2x + 1)(5 - 3x) - (2x + 5)(1 + x)^2$
$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)(x - 1)$	$[(x - 6) - (x + 2)]^2$

8. Realiza las siguientes divisiones de polinomios.

$(2x^4 - 3x^2 + 5x^3 - 3x) : 2x$	$(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) : (x^2 - 3)$
$(x^5 + 4x^3 + 3x + 1) : (x^2 + 1)$	$(4h^3 - 2h^2 + 3) : (2h^2 - 3)$
$(6x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 8x - 3) : (2x^2 + 3x - 1)$	$(1 - x^6) : (x^2 - 1)$

9. Realiza las siguientes divisiones, cuyo divisor es del tipo "x - a", usando la regla de Ruffini. Además:

- a) Calcula en todos los casos el valor numérico del polinomio dividendo en "a", D(a), y comprueba que es igual al resto de la división, R.
 b) Señala las divisiones que sean exactas, y en estos casos escribe la factorización que se obtiene del polinomio Dividendo, D(x).

$2x^3 - 11x^2 + 19x - 10) : (x - 2)$	$(2z^4 - 3z^3 + 5z^2 - 3z + 5) : (z + 3)$
$(3t^5 - 4t^3 + 6t - 8) : (t + 1)$	$(3p^5 - 9p^4 - 2p^2 + 7p - 3) : (p - 3)$
$(d^5 - 32) : (d + 2)$	$(4x^3 - 6 - 7x^2) : (x - 4)$

Teorema del resto y del factor. Reducibilidad e irreducibilidad de polinomios.

10. Indica, sin realizar la división, si $7x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x - 1$ tiene a x-1 como factor.

11. Calcula, sin hacer la división, el resto de:

- a) Dividir $x^3 - 5x^2 + 7$ entre x -3 b) Dividir $x^4 - 2x^3 + 7x - 3$ entre x+2

12. Halla m en el polinomio $x^3 - 5x^2 + 4x + m$ para que al dividirlo por x + 2 el resto sea 8

13. Comprueba en cada caso que el número r es raíz del polinomio al que acompaña, y divide este por x - r para obtener una factorización de dicho polinomio.

$x^3 - 3x^2 + x - 3; r = 3$	$X^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 2; r = -2$
$x^3 + 3x^2 - x - 3; r = 1$	$x^3 + 3x^2 - x - 3; r = -1$

Factorización de polinomios y gráficas

14. Extrae el mayor factor común posible de cada polinomio

$2x^3 + 4x^2 + 10x$	$x^5 - 2x^2 + 6x$	$3x^2 + 5x^4$	$8x^3 + 2x^2 + 6x^4$
$4a^2x - 5ax^2 + 7ax$	$7x^3 - 14x^6$	$x^4 - 5kx^2$	$10x^2a - 25xa^2$
$4(x - 3) - 5(x - 3)^2 + (x + 3)(x - 3)$	$x^2 + bx + cx + bc$	$ax - ak - bx + bk$	$z^2 - c^2 + cdz + bcz$

POLINOMIOS: FACTORIZACIÓN Y GRÁFICAS

1. Completa las frases:

- El coeficiente de la variable "x" en un polinomio de primer grado recibe el nombre de _____, y el término independiente recibe también el nombre de _____.
- La gráfica de un polinomio de grado 1 es siempre una línea _____.
- La ordenada en el origen indica la _____ a la que pasa, la recta sobre el origen de coordenadas.
- La _____ indica la inclinación de la recta.
- Si la pendiente es negativa la recta es _____ y si la pendiente es positiva la recta es _____.

2. Indica si cada frase es verdadera o falsa, y explica por qué.

- Si dos polinomios de grado 1 tienen la misma pendiente, entonces sus gráficas son rectas paralelas.
- Si dos polinomios de grado 1 tienen la misma ordenada en el origen, entonces sus gráficas se cortan en el eje vertical.
- La gráfica de un polinomio de grado 1 siempre corta al eje horizontal en un punto que está alejado del origen una distancia igual a la raíz del polinomio.
- La raíz de un polinomio de grado 1 siempre es un número positivo.
- Los polinomios de grado 1 con pendiente positiva siempre cortan al eje horizontal en su parte positiva.
- Hay polinomios de grado 1 que tienen dos raíces distintas.

3. Completa las frases:

- Los polinomios de grado 2 tienen como máximo _____ raíces.
- La forma de la gráfica del polinomio de grado 2 es una curva llamada _____.
- Si el coeficiente "a", que es el que lleva la x^2 , es _____, entonces la curva es convexa, y si el coeficiente "a" es negativo, entonces la curva es _____.
- Las raíces de un polinomio de segundo grado pueden ser números de tres tipos: enteros, _____ y _____.

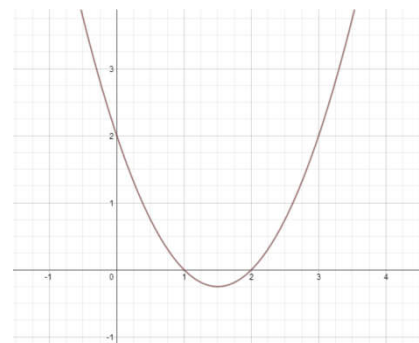
4. Indica si cada frase es verdadera o falsa, y explica por qué.

- Todos los polinomios de grado 2 se pueden factorizar.
- Todos los polinomios de grado 2 tienen raíces.
- Solo se pueden factorizar los polinomios de grado 2 que tienen dos raíces distintas.
- Si un polinomio de grado 2 tiene solo una raíz, entonces su gráfica tiene el vértice en el eje horizontal.
- Si un polinomio de grado 2 tiene solo una raíz, entonces es una expresión notable.
- Si un polinomio de grado 2 no tiene término independiente, entonces seguro que 0 es una de sus raíces.
- Si un polinomio de grado 2 no tiene raíces, su gráfica no corta al eje horizontal.

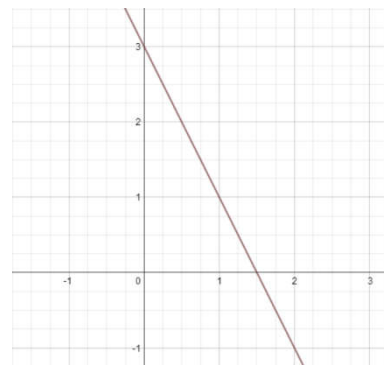
5. El polinomio $kx^3 - 2x^2 - x - k$ es divisible por el polinomio $(x-3)$, calcula el valor de k para que esta afirmación sea verdadera.

6. Estudia la gráfica siguiente, que representa cierto polinomio:

- Indica el grado del polinomio.
- ¿Qué raíces tiene?, ¿qué ordenada en el origen?
- Escribe el polinomio factorizado.
- Escribe el polinomio de forma extendida.
- Calcula el vértice de la parábola.
- Indica si es cóncava o convexa y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.



7. Estudia la gráfica siguiente, que representa cierto polinomio:



- a) Indica el grado del polinomio
- b) ¿Qué raíces tiene?
- c) Indica la ordenada en el origen
- d) Indica el signo de la pendiente
- e) ¿Podrías escribir el polinomio?

8. Indica la pendiente, la ordenada en el origen, raíces y gráficas.

- a) $R(x) = 5x - 3$
- b) $M(x) = 4(3-2x)$
- c) $Q(x) = 3/4$

9. Factoriza o expresa en forma extendida (según sea el caso) y dibuja su gráfica:

- a) $Q(x) = 3x^2 + 2x - 6$
- b) $P(x) = (x + 4)(x - 3)$
- c) $X(t) = -1/2t^2 + 9/2t + 5$

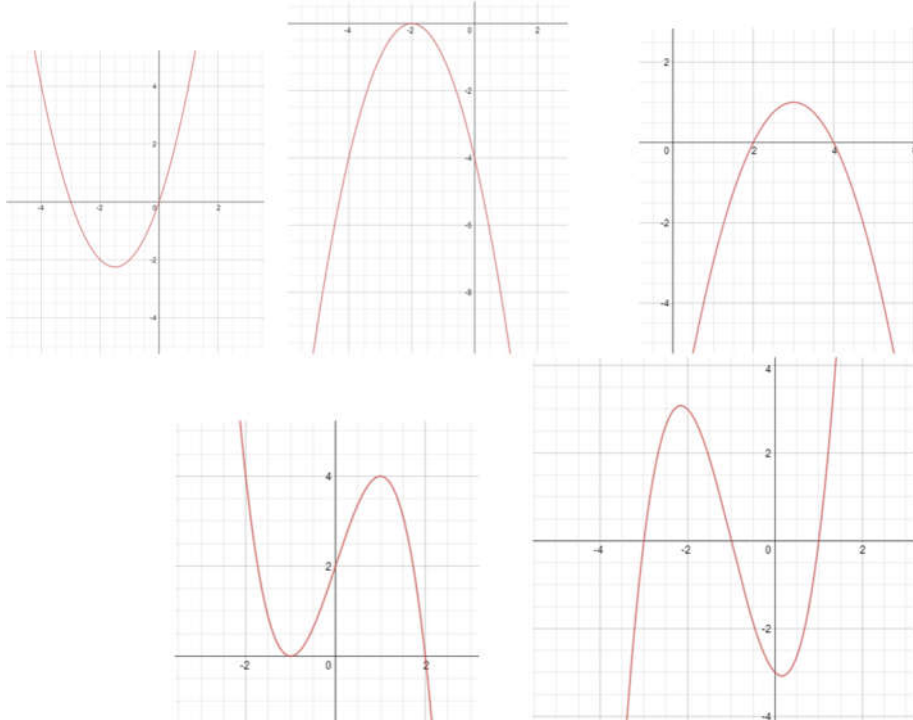
10. Indica concavidad y convexidad, vértice, raíces y factorización, intervalos de crecimiento y decrecimiento y gráfica de los siguientes polinomios

- a) $X^2 - 2x + 4$
- b) $2x^2 + x - 1$
- b) $-x^2 - 5x - 6$
- c) $x^2 - x$
- d) $-x^2 - 8x + 16$

11. Factoriza de forma complet estos polinomios, indicando las raíces. Indica también la ordenada en el origen y el coeficiente dominante. En base a estos datos, esboza su gráfica.

- a) $-x^3 - 2x^2 + 3x$
- b) $x^3 - 7x^2 + 16x - 12$

12. Escribe el polinomio desarrollado que representan las siguientes gráficas



FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Opera y Simplifica (factoriza previamente los polinomios para poder simplificar):

$$a) \frac{3x-1}{x} \cdot \frac{x^2}{9x^2-1}$$

$$b) \frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+3}$$

$$c) \frac{x-3}{x^2-9} \cdot \frac{-x+3}{x-3}$$

2. Opera y simplifica:

$$a) \frac{(a-1)^2}{x^2-1} \div \frac{a^2-1}{(x-1)^2}$$

$$b) \frac{x+2}{x^2+4x+4} \div \frac{x^2-4}{x^3+8} =$$

$$c) \frac{a^2-1}{a^2-3a+2} \div \frac{a^2+2a+1}{a^2-a-2}$$

$$d) \frac{x^3+3x^2-4x-12}{x^2+2x-3} \div \frac{4x-2x^2}{x^3-2x^2+x} =$$

3. Reduce a una sola fracción y simplifica: (factoriza previamente los polinomios para poder simplificar)

$$a) \frac{\frac{a^2-2ab+b^2}{x^2-y^2}}{\frac{a-b}{x-y}} =$$

$$b) \frac{\frac{a^3-1}{a^3+1}}{\frac{a-1}{a+1}} =$$

$$c) \frac{\frac{x^2-5x+4}{x^2+7x+10}}{\frac{x-4}{x+5}} =$$

4. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas. Simplifica al final:

$$a) \frac{2}{x+7} + \frac{x+4}{x-7}$$

$$b) \frac{12}{x-3} + \frac{x+4}{2x+1} - \frac{x}{x^2-6x+9}$$

$$c) \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} - \frac{x-1}{x^2-4}$$

$$d) \frac{1}{4x^2-9} - \frac{x-3}{2x+3} - \frac{x+3}{x}$$

$$e) \frac{3x}{x^2-1} + \frac{x^2}{x^2-1}$$

$$f) \frac{2x}{x+1} + \frac{-3x}{x^2-1}$$

$$g) \frac{x+1}{x^2-x-2} + \frac{-x-1}{x-2}$$

$$h) \frac{x+3}{x^2+x-6} - \frac{x+2}{x^2-4}$$

ECUACIONES Y SISTEMAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

$x^4 - x = 0$	$x^3 = 27$	$2x^4 = 128x$	$x^6 = x$
$x^5 - 2x^4 - 7x^3 + 18x^2 + 12x = 0$	$x^3 - 2x^2 + x = 0$	$x^3 - 2x^2 = x - 2$	$x^4 - 81 = 0$
$2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$	$12x^3 - 4x^2 - 3x + 1 = 0$		

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

$\frac{x+2}{x+1} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{9}{20}$	$\frac{x^2+1}{x} - \frac{x}{x^2-1} = x + \frac{7}{6}$	$\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x^2-4} = \frac{3}{x-2} + \frac{8}{x+2}$
$\frac{5}{x-2} + \frac{x+6}{(x-2)^2} = 2$	$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+12}{x+1} + \frac{x+2}{x-2} = 1$	$\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{3-x} = \frac{50}{x^2-9}$
$\frac{3x}{2x+x^2} - \frac{x-11}{6} + \frac{x-10}{7} = 2$	$\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{40}{x^2-4}$	$\frac{2-x}{2} + \frac{4}{2+x} = 1$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$	$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$	$x^4 - 17x^2 + 16 = 0$	$x^4 - 26x^2 + 25 = 0$
$9x^4 + 16 = 40x^2$	$34 - x^2 = \frac{225}{x^2}$	$x^2 = \frac{12}{x^2+1}$	$\frac{8}{x^2-5} - 2 = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2-1}$

4. Ecuaciones irracionales

$\sqrt{x^2-1} = 1$	$\sqrt{x-3} = x$	$\sqrt{x-7} + 3 = x$	$2 - 3\sqrt{x} = -x$
$\sqrt{x^2-3x+3} = 2x-1$	$\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$	$\sqrt{x+9} + \sqrt{x-3} = 6$	$3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$
$2\sqrt{k+4} = \sqrt{5k+4}$	$\sqrt{3y-2} - 4 = 0$	$\sqrt{2w+1} = w-1$	$\sqrt{7-3x} - x = 7$
$3\sqrt{6t+1} - 5 = 2t$	$\sqrt{x+4} = 3 - \sqrt{x-1}$	$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$	

Sistemas lineales de 2 incógnitas

1. Resuelve los siguientes sistemas por el método que prefieras:

a) $x + 2y = 11$ b) $3x - 2y = -1$ c) $6x - y = 13$ d) $x - y = 6$
 $2x - y = 2$ b) $4x + y = 6$ c) $5x + 8y = 2$ d) $x + y = 18$

sols: a) $x = 3$; $y = 4$ b) $x = 1$; $y = 2$ c) $x = 2$; $y = -1$ d) $x = 12$; $y = 6$

a) $x + y = 14$ b) $2x - 3y = -10$ c) $x + y = -1$ d) $x + 2y = 7$
 $x - y = 20$ b) $5x + 4y = -2$ c) $2x - y = 4$ d) $2x - y = -1$

sols: a) $x = 17$; $y = -3$ b) $x = -2$; $y = 2$ c) $x = 1$; $y = -2$ d) $x = 1$; $y = 3$

2. Escribe las ecuaciones de los siguientes sistemas en forma canónica y luego resuélvelos por el método más conveniente.

a) $x - (y + 1) = 3$ b) $x - 2(x + y) = 3y - 2$ c) $\frac{x-y}{2} + \frac{x-y}{3} = 5$
 $y + (x + 3) = 4$ b) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3$ c) $\frac{x+y}{7} + y = 3$

Sistemas de 2º grado con 2 incógnitas

3. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método que te parezca más adecuado.

$x + y = 5$ $x^2 + y^2 = 13$	$x + y = 5$ $xy = 6$	$x^2 + xy = 12$ $xy + y^2 = 4$	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13$ $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$	$x^2 - xy + y^2 = 4$ $x^2 + y^2 = 8$
$xy = 35$ $x^2 - y^2 = 24$	$xy = 60$ $(x+1)(y-1) = 55$	$x^2 - xy + y^2 = 7$ $x^2 + y^2 = 10$	$xy = 4$ $x^2 + y^2 = 17$	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 41$ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

PROBLEMAS RESOLUBLES CON ECUACIONES y SISTEMAS

NÚMEROS Y CIFRAS

1. Halla 3 números pares consecutivos cuya suma es 126.
2. La diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 31. Hállalos.
3. Halla dos números consecutivos cuyo producto sea 182
4. Calcula un número que sumado con el doble de su raíz cuadrada de 24.
5. Si un número aumenta en 5, su raíz cuadrada aumenta en 2. Halla ese número.
6. La suma de un número más su inverso es $37/6$. Halla el número.

EDADES

1. Juan tiene 10 años más que su hermana. Dentro de 6 años tendrá el doble. Halla sus edades actuales.
2. Un padre tiene triple edad que su hijo. Dentro de 12 años será solo el doble. Halla sus edades actuales.
3. La edad de A es $2/3$ de la de B. dentro de 5 años será los $5/7$. Halla sus edades.
4. La edad de Julio es 40 años, y las de sus tres hijos 10, 7 y 3 años. ¿Dentro de cuánto tiempo las edades de los hijos sumarán la edad del padre?
5. La raíz cuadrada de la edad de un padre da la edad de su hijo. Al cabo de 24 años la edad del padre será doble que la del hijo. ¿cuántos años tiene cada uno?

REPARTOS

1. Reparte 300 euros entre A,B,C de modo que b reciba el doble de A y C y el triple de A.
2. Reparte 130 euros entre A, B y C de modo que C reciba el doble de A y 15 € menos que B.
3. Pedro tiene $2/3$ de lo que tiene María, y Carlos tiene $3/5$ de lo de Pedro. Los tres juntos tienen 248 euros. ¿cuánto tiene cada uno?

GEOMETRÍA PLANA

1. Una sala rectangular tiene doble de largo que de ancho. Si el largo disminuye 6m y el ancho aumenta 4m, el área no varía. Halla sus dimensiones.

2. Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22 y 24 cm. Si se añade a los tres una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Halla la longitud.
3. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 13 cm. Averigua las longitudes de los catetos sabiendo que su diferencia es 7 cm.
4. Halla los lados y el área de un triángulo rectángulo de hipotenusa 50cm^2 y perímetro 120cm
5. El perímetro de un triángulo rectángulo mide 90 m y el cateto mayor mide 3 metros menos que la hipotenusa. Halla los tres lados.
6. Determina las dimensiones de un rectángulo, cuya superficie mide 8, sabiendo que su diagonal mide $2\sqrt{5}$
7. Disponemos de una cartulina que tiene 24 cm de longitud más que de anchura. Se quiere construir una caja abierta, cortando para ello de los 4 vértices cuadrados de 4 cm de lado. La capacidad de la caja una vez construida es de 4,608 decímetros cúbicos. Averigua las dimensiones de la cartulina.
8. Con una determinada cantidad de baldosas cuadradas se forma un cuadrado de x baldosas por lado, sobrando 27 baldosas. Si se forma un cuadrado con una baldosa más por lado, faltan 40 baldosas. ¿Qué cantidad de baldosa se tenía?
9. Calcula el radio de un círculo sabiendo que si aumentamos su radio en 3 unidades se cuadruplica su área.
10. Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se utilizan 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

VARIOS

1. Entre A y B tienen 150 euros. Si A gasta 46 euros lo que le queda equivale a lo de B. ¿Cuánto tiene A?
2. Un lápiz y una lámina costaron juntos 1,8 €. Si el lápiz costara 0,6 € menos y la lámina 0,4 € más, entonces costarían lo mismo. ¿Cuánto costó cada uno?
3. Tengo 1,85 euros en monedas de 10 céntimos y 5 céntimos. En total tengo 22 monedas ¿cuántas tengo de cada clase?
4. Compré 35 bolígrafos. Si hubiera comprado 5 más pagando el mismo precio total, cada uno habría costado 0,10 € menos. ¿Cuánto me costó realmente cada uno?
5. Compré el cuádruple número de caballos que de vacas. Si comprase 5 caballos y 5 vacas más tendría triple número de caballos que de vacas. ¿Cuántos caballos y vacas compré realmente?
6. Un rebaño de ovejas crece cada año en un tercio de su número, y al final de cada año se venden 15. Después de vender las 15 correspondientes al 2º año quedan 221. ¿Cuántas había al principio?
7. María tiene 4 comics menos que Sara. Si María le diera 2 de sus comics, Sara tendría el triple que ella. ¿Cuántos comics tienen en realidad cada una?
8. Pedro tiene billetes de 10 y de 5 euros. Si hay 4 billetes más de 5 que de 10, ¿cuántos son de cada clase si en total hay 65 euros?
9. Un cine tiene igual número de filas que de butacas por fila. El dueño decide remodelarlo quitando una butaca por fila y 3 filas. Después de la remodelación el cine tiene 323 butacas. ¿Cuántas tenía antes. ¿Cuántas butacas hay ahora en cada fila?
10. Luis ha leído 216 páginas en 4 días. Cada día lee 12 páginas más que el anterior. ¿Cuántas páginas leyó cada día?. Si el libro tiene en total 756 páginas y Luis sigue leyendo cada día 12 páginas más que el anterior, ¿cuántos días tarda en acabarse el libro? ¿Cuántas leyó el último día?

SUCESIONES

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

1. Halla los tres siguientes términos de cada sucesión.

a) 1,3,7,13,21...

b) -3,-1,1,3,5...

c) 3,3,3,3...

d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

2. Se dan los términos generales de algunas sucesiones. Calcula los términos pedidos.

$$a_n = \frac{n-2}{n+1}; \text{ de } a_1, a_2 \text{ y } a_3$$

$$b_n = 2(n+1)^2 - 3; \text{ de } b_1, b_5 \text{ y } b_{10}$$

3. Calcula los tres siguientes términos de las siguientes sucesiones dadas por recurrencia

$$a_1 = -1, a_{n-1} = a_n + 3$$

$$b_1 = 1, b_n = 2b_{n-1}$$

$$c_1 = 3, c_2 = 2, c_n = c_{n-1} - c_{n-2}$$

$$d_1 = 1, d_n = d_{n-1} + 2n$$

4. Indica la *diferencia* de cada una de las siguientes sucesiones aritméticas y da su término general y su fórmula de recurrencia

a) 7, 4, 1, -2...

b) 2, 4, 6, 8...

c) 1, 3, 5, 7...

5. Se sabe que el cuarto término de una sucesión aritmética es 8 y el octavo es 14. Halla su término general.

6. Suma los 20 primeros términos de la sucesión (dar lista)

a) 49, 46, 43...

b) 10, 15, 20, 25...

c) -7, -14, -21, -28...

7. Suma los 40 primeros términos de esta sucesión: $a_n = 2 + 6n$.

¡No lo hagas escribiendo antes la lista completa, utiliza la fórmula adecuada!

8. ¿Qué posición ocupa el término 427 en la sucesión $a_n = 3 + 4n$?

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

9. Indica la *razón* de cada una de las siguientes sucesiones geométricas y da su término general y su fórmula de recurrencia

a) 2, 6, 18, 54...

b) 4, -8, 16, -32...

c) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

10. En una progresión geométrica $a_3 = 12$ y $a_6 = 1500$. Halla a_1 y a_8

11. Un alumno que quiere empezar a trabajar decide hacer un día 1 ejercicio, al día siguiente 2, al día siguiente 4, y así sucesivamente. ¿Cuántos ejercicios hace el día que se cumplen 2 semanas de su cambio de vida?

12. Halla la suma de los 20 primeros términos de la sucesión: $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

13. El primer término de una sucesión geométrica es 4 y la razón es -2. Halla

a) El décimo término

b) Halla la suma de los 10 primeros términos